УДК 658.52.011.56:681.3.06(075)

Коткин Г.Г., Шемелин В.К., Фомин Е.И.
Kotkin G G, Shemelin V K, Fomin E I

Выбор рациональных методов организации технологических операций с применением средств алгебраического анализа

The choice of rational methods of organizing production operations with application of algebraic analysis

Сформулирована актуальность выбора рациональных решений в задачах определения последовательностей технологических операций и в задачах маршрутизации материальных потоков в среде распределенного автоматизированного производства, относящихся к классу сложных систем. Приводится обоснование применения и показаны новые доказательства результатов теории классов простых алгебр для решения сформулированных задач автоматизированного производства.

There is formulated the urgency of a choice of rational decisions in tasks of determination of sequences of technological operations and in tasks of routing of material flows in the environment of the distributed computer-aided manufacturing, belonging to the class difficult systems. There are shown the substantiation of application is resulted and new proofs of results of the theory of classes of simple algebras for the decision of the formulated tasks of computer-aided manufacturing.

Ключевые слова: автоматизированное производство, технологические операции, сложные системы, рациональные решения, теория классов простых алгебр, теория полей классов.

Key words: computer-aided manufacturing, technological operations, difficult systems, rational decisions, theory of classes of simple algebras, theory of fields of classes.

При управлении технологическими процессами, потоками доставки заготовок, деталей и инструментальных комплектов в автоматизированных системах возникает задача выбора оптимальной последовательности технологических операций и разработка схем компоновки технологического оборудования, обеспечивающей минимальное время на транспортировку деталей и инструментальных комплектов. Существуют различные решения, которые описывают схемы компоновок технологического оборудования и модели этих компоновок [1], [2], [3]. Но анализ существующих решений по компоновкам технологического оборудования показывает, что в случае распределенных систем оборудования как сложных систем целесообразно применять новые методы моделирования, в частности теории классов простых алгебр, полно рассмотреть все возможные варианты как компоновок оборудования, так и выбор рациональных маршрутов материальных потоков.

Рассмотрим применение методов теории классов простых алгебр на примере схемы типичных компоновок технологического оборудования робототехнического комплекса (РТК) как конфигурационных пространств гибких автоматизированных участков, представленных на рис. 1. РТК состоит из двух станков С1 и С2 поочередно обслуживаемых роботом с накопителем Н (см. рис. 1, а). Каждый станок совершает свой цикл обработки, который представлен позициями, расположенными на окружности, и в определенный момент времени должен быть синхронизирован одной позицией с циклом робота по обслуживанию данного станка. При классификации сопоставляем конфигурацию фундаментальной группе (не стягивающихся друг к другу) путей некоторой поверхности. В этом случае искомой поверхностью будет «крендель» (см. рис. 1, б), которая непрерывной деформацией переводится в сферу с двумя ручками. При обслуживании поочередно К станков, получается сфера с К ручками [2]. Последовательная транспортная система (см. рис. 1, в) имеет конфигурацию, представленную тором (см. рис. 1, г). Система ГПС со складом (см. рис. 1, д) имеет конфигурацию, представленную на рис. 1, е. Алгебраические методы позволяют в некоторых случаях получить почти полную классификацию возможных конфигурационных пространств. Распространенной методикой анализа является применение алгебраических методов, в частности алгебраических сетей Петри. При этом возникают две проблемы зависимости хода технологического процесса от выбора последовательности выполнения заявок, отражаемая некоммутативностью возникающих алгебраических структур, и необратимость технологических операций по обслуживанию. Примером проявления некоммутативности системы является установка одним из станков заявки на доставку заготовки в очередь за вторым станком, а заявки для необходимого для ее обработки инструментального комплекта – перед вторым станком. В результате автоматического считывания этих заявок (без выявления оптимальной последовательности) на некоторый промежуток времени блокируется обработка на обоих станках. Необратимость непосредственно применяемых операций по управлению проявляется тогда, когда после программно-спланированного хода операций по обслуживанию не учитывается изменение ресурсов обрабатывающего оборудования, что также увеличивает суммарное время обработки. В связи с этим особую роль приобретают методы анализа некоммутативных и необратимых алгебраических структур, в частности, строения некоммутативных полей и алгебр. В статье приводятся новые доказательства результатов теории классов простых алгебр. Показано, что классы изоморфных простых алгебр в точности могут быть охарактеризованы классами факторов, т.е. классами скалярных функций с точностью до возможности замены «ковариантных» функций трех аргументов на произведения «ковариантных» функций двух аргументов по аналогии с теорией гомологий.

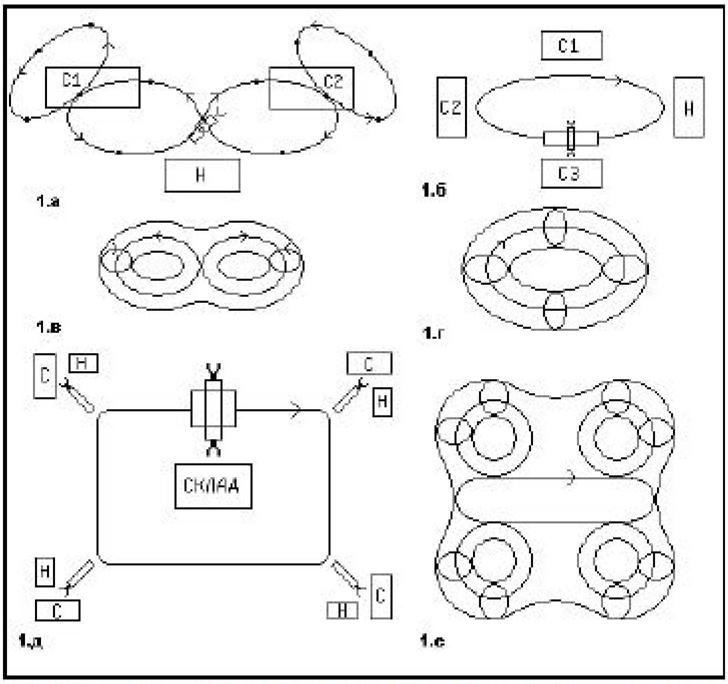

Рис. 1. Конфигурационные пространства гибких автоматизированных участков

<u>Предложение 1.</u> Для циклического расширения L=K(x), неприводимого многочлена Irr(x,K,X)=X^n –a, и системы факторов

$$\mathrm{H} := Z/_{\mathrm{B}} := \left\{ f(\tau_{i1},\tau_{i2},\tau_{i3}) : G\left(L/_K\right)^3 \to L \right\} \Big/ \left\{ f(\tau_1,\tau_2,\tau_3) = g(\tau_1,\tau_2)g(\tau_2,\tau_3)g(\tau_1,\tau_3)^{-1} : \right.$$

$g : G\left(L/_K\right) \times G\left(L/_K\right) \to L$ - ковариантное, ($G(K_{sep}/K)/G(L/K)$) - регулярное (т.е. постоянное на классах смежности) отображение} с функцией f вида

$$f := f_b(\tau_1,\tau_2,\tau_3) := b^{e(\tau_1,\tau_2,\tau_3)},\ e(\tau_1,\tau_2,\tau_3) := \Phi\left(\tau_2\tau_1^{-1}\right) + \Phi\left(\tau_3\tau_2^{-1}\right) - \Phi\left(\tau_3\tau_1^{-1}\right),\ b \in K^*,$$

$\Phi(\cdot)$ – гомоморфизм в группу (1/n)Z/Z, n=[L:K], ядро морфизма b->$\tilde{f}_b$ совпадает с нормой:

$$Ker\left(b \mapsto \tilde{f}_b \in H\right) = N_{L/_K}\left(L^*\right) \text{ (т.е. если } \exists\ y\ N_{L/_K}(y) = b,\ \text{то}\ f_b \bmod B = 0 \text{) (см. [4]).}$$

Предложение 2. Для простой алгебры $\widetilde{A}$ над K, $dim_k\ A=m^2$, L-представления F $\widetilde{A}$ в M (L) ($F:\widetilde{A}\otimes L\tilde{\to}M_m(L)$ – изоморфизм, L/K - сепарабельно), открытой подгруппы $\eta\subset G_s=G(K_{sep}/K)$, K_{sep}- максимальное сепарабельное расширение K в K^a , $L=K_{sep}^{\eta}$ - неподвижное поле, существует η-регулярное ковариантное отображение $Y:G_s\times G_s\to M_m(K_{sep})^*$ (т.е. $Y(\eta g_i)=\{\text{const}\}$ – постоянно на классах смежности G_s/η и $Y(\tau_1\tau_2,\tau_3\tau_2)=\tau(Y(\tau_1\tau_3))$ (ковариантность)) такое, что

$$\forall a\in\widetilde{A}\otimes L\ \forall\tau,\rho\in G_s\quad F(a)^{\tau}=Y(\rho,\tau)^{-1}F(a)^{\rho}Y(\rho,\tau)\tag{1}$$

и для любого такого Y существует η -регулярное ковариантное отображение $f:G_s^3\to K_{sep}^*$ такое, что $\forall\rho,\delta,\tau,\nu\in G_s\quad f(\rho,\delta,\tau)Y(\rho,\tau)=Y(\rho,\delta)Y(\delta,\tau)$, $f(\rho,\delta,\tau)f(\nu,\rho,\tau)=f(\nu,\delta,\tau)f(\nu,\rho,\tau)$, см. [4].

Предложение 3. Отображения $f,\widetilde{f}$,… предложения 2, соответствующие разному выбору Y_{ij} , $\widetilde{Y}_{ij}$,… образуют класс факторов, т.е. различаются на η -регулярное ковариантное $\beta(\tau_i,\tau_j)=\beta_{ij}$ такое, что $f(\tau_i,\tau_j,\tau_s)=\beta(\tau_i,\tau_j)\beta(\tau_j,\tau_s)\beta(\tau_i,\tau_s)^{-1}$.

Если же две алгебры $\widetilde{A}\cong M_n(D)$, $\overline{A}\cong M_m(\overline{D})$ имеют изоморфные $D\cong\overline{D}$, то их отображения f, $\bar{f}$ могут быть выбраны одинаковыми $f(\tau_1,\tau_2,\tau_3)=\bar{f}(\tau_1,\tau_2,\tau_3)$ для $\tau_i\in G(L/K)$ (можно считать, что поле F-представления L выбрано одним и тем же, см. [4].

Предложение 4. Отображение $\psi:B(K)\to H(K)$ классов простых алгебр $\widetilde{A}$ ($\widetilde{A}$ эквивалентно $\overline{A}^{E}$, если $\widetilde{D}\cong\overline{D}$ в обозначениях предложения 3) в классы факторов $\widetilde{f}(\tau_1,\tau_2,\tau_3)$ ($\bar{f}(\cdot)\cong\widetilde{f}(\cdot)$, если $\bar{f}(\tau_1,\tau_2,\tau_3)\widetilde{f}^{-1}(\tau_1,\tau_2,\tau_3)=g(\tau_1,\tau_2)g(\tau_2,\tau_3)g(\tau_1,\tau_3)^{-1}$, где $\bar{f},\widetilde{f},g,-\eta$ регулярны и ковариантны) является гомоморфизмом относительно операций $\widetilde{A}\cdot\overline{A}:=\widetilde{A}\otimes_K\overline{A}$, $\widetilde{A}^{-1}:=\widetilde{A}^0$ - алгебра $\widetilde{A}$ с умножением в обратном порядке, $(\widetilde{f}\,\bar{f})(\tau_1,\tau_2,\tau_3)=\widetilde{f}(\tau_1,\tau_2,\tau_3)\bar{f}(\tau_1,\tau_2,\tau_3)$, см. [4].

Предложение 5. Отображение $\psi:B(K)\to H(K)$ предложения 4 инъективно и сюрьективно.

$\triangleleft$ В обозначениях предложения 4 (см. (8)), если $g_{01}=\lambda_{01}\notin L$, то для нормального сепарабельного $L=K(\zeta)$ и корней ζ_i $Irr(\zeta,K,X)$, $\tau_i(\zeta)=\zeta_i,(\eta^{-1}\tau_i\eta)(\zeta)=\eta^{-1}\tau_i\zeta_j=\eta^{-1}\zeta_s=\zeta_k=\tau_e(\zeta)$, $\eta^{-1}\tau_i\eta$ - перестановка корней ζ_i для $\eta\in\widetilde{\eta}$, $L=K_{sep}$ - неподвижное поле $\widetilde{\eta}\subset G(K_{sep}/K)$. Поэтому $G(L/K)$ нормальна в $G(K_{sep}/K)$, $g(\eta,\eta\tau_i)=g(\eta,\eta\tau_i\eta^{-1}\eta)=g_{0e}^{\eta}$. Если τ_i пробегает циклическую подгруппу $H_\tau\subset G(L/K)$, то $\eta\tau_i\eta^{-1}$, являясь автоморфизмом, также пробегает $H_\tau\Rightarrow\exists\, i\ \ \eta\tau_i\eta^{-1}=\tau_1=\tau$, $g_{0e}^{\eta}=g_{01}^{\eta}=\lambda_{01}^{\eta}$. $g(\tau_i,\tau_j)-\widetilde{\eta}$ -регулярно, если $\lambda_{01}^{\eta}=\lambda_{01}(\forall\,\eta\in\widetilde{\eta})\Rightarrow\lambda_{01}\in L$. Поэтому $\{f_{ijk}\}$ – представитель тривиального класса тогда и только тогда, когда все собственные значения $Y(\tau_0,\tau_1)\,\lambda_{01}\in L\Leftrightarrow$все $g_{ij}\in L$. Пусть в обозначениях предложения 2 $\widetilde{A}\cong M_m(K),\widetilde{A}\otimes L\cong M_r(L)$. Тогда можно считать, что $\varphi:M_m(K)\tilde{\to}G_0\subset M_r(L)$ – изоморфизм на подалгебру G_0 изоморфную $\widetilde{G}_0 := \left\{ A_1 = \begin{pmatrix} A_2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} : A_2 \in M_m(K) \right\}$, $\widetilde{\varphi} : G_0 \xrightarrow{\sim} \widetilde{G}_0$ - изоморфизм. Тогда два представления F, $\widetilde{F}$ D в G_0 и $\widetilde{G}_0$ связаны $\widetilde{F}(a) = Y^{-1}F(a)Y$, где $Y \in M_r(L)$, $a \in \widetilde{A}$.

Тогда $\widetilde{\varphi}\left((Y_{01}...Y_{k-1,k})^{-1}F(a)Y_{01}...Y_{k-1,k}\right) = \widetilde{\varphi}(Y_{01}...Y_{k-1,k})^{-1}\widetilde{\varphi}(F(a))\widetilde{\varphi}(Y_{01}...Y_{0k}) =$

$$= \widetilde{\varphi}\left(F(a)^{\tau_1...\tau_k}\right) = \widetilde{\varphi}(F(a))^{\tau_1...\tau_k} = \widetilde{\varphi}(F(a)) \Rightarrow \forall B \in F(\widetilde{A}) : (Y_{01}...Y_{k-1,k})^{-1}BY_{01}...Y_{k-1,k} = B,$$

т.е. $B^{\tau} = B(\forall \tau \in G(L/K)), B \in M_r(K)$, соответствующая система факторов тривиальна, ψ - инъективно.

Пусть теперь задана система $\{f_{ijk}\}$ для группы $G(L/K)$. Пусть $i, j, p, s \in I_{n-L} :=$ {индексы i_j для которых определено $g_{i_s i_r}$, удовлетворяющее $f_{i_1 i_2 i_3} g_{i_1 i_3} = g_{i_1 i_2} g_{i_2 i_3}$ }, $k \notin I_{k-1}$, определим g_{ik} $\forall\ i \in I_{k-1}$ из $g_{ij}^{-1} f_{ijk} = g_{jk} g_{ik}^{-1}$.

Для определения g_{ik} единственным препятствием служат соотношения $g_{sp}^{-L} f_{spk} = g_{pk} g_{sk}^{-L}$, в которых $\{ i, j \} \cap \{ s, p \} \neq \varnothing$. Возьмем начальное (i_0, k), $g_{i_0 k} := c$ и определим $(i_1,k) := g_{i_1 k}$ из $f_{i_0 i_1 k} g_{i_0 k} = g_{i_0 i_1} g_{i_1 k}$. Последовательно определяя $g_{i_s k}$ для троек (i_1, i_2, k); (i_2, i_3, k);… видим, что противоречие возникает только при возврате к некоторому (предположим это $g_{i_0 i_1}$) предыдущему значению. Пусть это имеет место для тройки (i_r, i_{r+1}, k), где $i_{r+1} := i_0$. Докажем, что $(i_{r+1}, k) := g_{i_{r+1} k}$ можно определить, сократив путь на 1, т.е. через (i_{r-1}, i_{r+1}, k). Положим $i := i_0$; $1 := i_r$; $m := i_{r-1}$.

Для краткости обозначим $mlk := f_{mlk}$; $mk := g_{mk}$ и перейдем от мультипликативных к аддитивным обозначениям. Тогда

1) $mlk+mk=ml+lk$; $lik+lk=li+ik$;

2) $mi+ik=mik+mk$; откуда

$$ik=mik+mk-mi; \quad -mi=mli-ml-li; \quad -li=-lik-lk+ik; \quad -lk=-mlk-mk+ml.$$

Получаем

$$ik=mik+mk+mli-ml-lik+ik-mlk-mk+ml \Leftrightarrow mik-mlk=lik-mli. \tag{2}$$

Система $\{f_{ijk}\}$ по определению удовлетворяет $f_{mek} f_{imk} = f_{iek} f_{ime}$.

Как показано в предложении 2 это соотношение не меняется при замене f_{imk} на f_{mik}^{-1} и f_{iek} на f_{eik}^{-1}, т.е. (2) имеет место. Таким образом, $\{ g_{ij} \} = \{ g(\tau_i \tau_j) \}$ определены, $g_{ij} := q((f_{rms})) := \prod\limits_{(r,m,s)} f_{rms}^{k_{rms}} \Rightarrow \forall r \in G\left(L/K\right)$ $g\left(\tau_{i^r}, \tau_{j^r}\right) = g(\tau_i, \tau_j)^r$.

Для каждой циклической подгруппы $H_{\tau_j} = \{1, \tau_j, ..., \tau_j^{n-1}\} \subset G\left(L/K\right)$ найдем 1-е n_j $G\left(1, \tau_j^{n_j - 1}\right) \in L$, $c_j := \prod\limits_{k=2}^{n_j} f\left(1, \tau_j^{k-1} \tau_j^k\right)$. Тогда класс факторов не изменится, если вместо f взять

$$\widetilde{f}\left(1, \tau_j^i, \tau_j^k\right) = c_j^{\frac{1}{n_j}\left(i \bmod n_j + (k-i) \bmod n_j + k \bmod n_j\right)} \tag{3}$$

где $s \bmod n_j := \{s/n_j\}$ – остаток от деления нацело. Действительно, f_{sjk} определяется через $g(1,\tau_j)$ по формулам

$$1)\ g(\tau_1,\tau_2)=g\left(1,\tau_2,\tau_1^{-1}\right)^{\tau_1};$$
$$2)\ g(1,\tau_2\tau_3)=g(1,\tau_2)g(\tau_2,\tau_2\tau_3)f(1,\tau_2,\tau_2\tau_3);$$
$$3)\ g(\tau_2,\tau_2\tau_3)=g\left(1,\tau_2\tau_3\tau_2^{-1}\right)^{\tau_2}; \qquad (4)$$
$$4)\ g(1,\tau_s)=\prod_{k=0}^{r} g(1,\tau_p)^{\tau_p^k}\prod_{k=2}^{r} f\left(1,\tau_p^{k-1},\tau_p^k\right)$$

для $\tau_s=\tau_p^k$, τ_p - образующей H_{τ_p}. Положим $\widetilde{g}(\tau_s,\tau_k)=g(\tau_s,\tau_k)\overline{g}(\tau_s,\tau_k)$, где $\widetilde{g}\left(1,\tau_j^k\right):=g\left(1,\tau_j\right)^{k \bmod n_j}$. Тогда $f_{sik}\widetilde{f}_{sik}^{-1}=\overline{g}(\tau_s,\tau_i)\overline{g}(\tau_i,\tau_k)\overline{g}(\tau_s,\tau_k)^{-1}$, где $\overline{g}(\tau_p,\tau_e)\in L$ (т.е. g_{pe} $\widetilde{\eta}$ - регулярно).

Для каждой H_{τ_j} H возьмем образующие $\{1, d_j, \ldots, d_j^{n_j-1}\}$, $d_j^{n_j}:=c_j$ и по базису левого векторного пространства $W=\left\{\left(\prod_j d_j^{k_j}, \prod_{\{\tau_i\in H_{\tau_i}, \tau_m\in G(L/K), m\in\{k,s,p,e\}\}} g(1,\tau_i)^{\tau_k} f(\tau_s,\tau_p,\tau_e)\right)\right\}$ определим алгебру $\widetilde{A}=S_{p_k}W$ положив

$$1)\ (1,g(1,\tau_i))(d_j,1)=\left(d_j, g(1,\tau_i)^{\tau_i^r}\right), \qquad (5)$$

где $r=\dfrac{\widetilde{n}_i}{s_j}$, $\widetilde{n}_i$ - порядок τ_i $\left(\tau_i^{\widetilde{n}_i}=1\right)$, s_j - наименьшее такое что $\tau_i^{s_i}(\mu_j)=\mu_j\in K^a$,

где $Irr(\mu_j, K, X)=X^{n_j}-c_j$, n_j - определено из (3);

2) $(1,f_{isk})(d_j,1):=(d_j,f_{isk})$; 3) $d_i d_j=d_j d_i$,

3) $c(d_i,g)=(d_i,cg)=(cd_i,g)$ $(\forall c\in K)$, (т.е. $\widetilde{A}$ – некоммутативное тензорное произведение образующих на некоторое поле $\widetilde{L}\subset K^a$ над K);

4) $(1,g(1,\tau_i))^{\tau_k}(d_j,1):=\left((1,g(1,\tau_i))\left(d_i^{\tau_k^{-1}},1\right)\right)^{\tau_k}$, где по определению действие автоморфизма

$$5)\ \tau_k(d_j):=d_j^{\tau_k}:=g(1,\tau_k)^{-1}d_j g(1,\tau_k), \text{ с учетом (5).} \qquad (6)$$

Для корректности необходимо установить, что определение (6) не зависит от выбора пути определения $g(\tau_i,\tau_s)$ по формулам (4): 1)-4), т.е. представления

$$g(\tau_i,\tau_s)^{-1}d_j g(\tau_i,\tau_s):=\left(\prod g(1,\tau_r)^{\tau_{k_r}} f(\tau_p,\tau_e,\tau_r)\right)^{-1} d_j\left(\prod g(1,\tau_r)^{\tau_{k_r}} f(\tau_p,\tau_e,\tau_r)\right).$$

С учетом ковариантности это достаточно проверить только для тройки $(1, \tau_s, \tau_e)$:

$$Ad\left(\left(g(1,\tau_s)g\left(1,\tau_e,\tau_s^{-1}\right)^{\tau_s}\right)f^{-1}(1,\tau_e,\tau_e)\right)d_j=Ad(g(1,\tau_e))d_j, \qquad (7)$$

где $Ad(a)y:=a^{-1}ya$. Из (3) получаем

$$f\left(1,(\tau_1\tau_2)^i,(\tau_1\tau_2)^k\right)=c_1^{1/n_1}c_2^{1/n_2}\prod_{j=1}^{2}\zeta_{n_j}^{i \bmod n_j+(k-i)\bmod n_j+k \bmod n_j}, j=1,2,$$

где c_j^{1/n_j} - фиксированный корень n_j -й степени из c_j , ζ_{n_j} - примитивный корень n_j -й степени из 1. Тогда $\zeta_n = \zeta_{n_1}\zeta_{n_2}$ - примитивный корень n-й степени из 1, для n=НОК(n_1 ,n_2).

Из (5) получаем

$$g(1,\tau_i)d_j g(1,\tau_i)^{-1} = d_j\left(g(1,\tau_i)^{\tau_i^r} g(1,\tau_i)^{-1}\right) = d_j\zeta_{s_j},$$

где $s_j = \frac{\widetilde{n}_i}{r}$, $\tau_i^s = \begin{cases} 1, \text{ при } s = \widetilde{n}_i \\ \neq 1, \text{ при } s < \widetilde{n}_i \end{cases}$. Так как $\tau_3 = \tau_1\tau_2$ для $\tau_3(\mu_j) = \tau_1(\tau_2(\mu_j))$, то

$$g(1,\tau_1)g(\tau_1,\tau_1\tau_2)d_j(g(1,\tau_1)g(\tau_1,\tau_1\tau_2))^{-1} = d_j\zeta_{s_1}\zeta_{s_2}^{\tau} = d_j\zeta_{s_1}\zeta'_{s_2} = d_j\zeta_{s_3} = g(1,\tau_3)d_j g(1,\tau_3)^{-1} \qquad (8)$$

т.е. справедливо. Полное доказательство этого утвержения приведено в [4].

Выводы.

1. Установлено, что существующие различные решения, которые описывают схемы компоновок технологического оборудования и модели этих компоновок недостаточно полно раскрывают все многообразие конфигурационных пространств и компоновок оборудования в автоматизированных производственных структурах.
2. Представлено практическое применение методов теории классов простых алгебр на примере схемы типичных компоновок технологического оборудования робототехнического комплекса (РТК) как конфигурационных пространств гибких автоматизированных участков.

Работа выполнена по Госконтракту № 03.740.11.0488 на проведение НИР в рамках ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 годы.

Библиографический список

1. **Сосонкин В.Л., Мартинов Г.М.** Системы числового программного управления. -М.: Логос, 2005.
2. **Шемелин В.К., Сафаров М.М., Гильфанов Д.Р., Широков И.А., Коткин Г.Г.** Алгебраический анализ и управление технологическими системами. Учеб. пособие. -М.: МГТУ «СТАНКИН», 2009. 233 с.
3. **Лескин А.А.** Сети Петри в моделировании и управлении. -Л.: Наука, 1989. 133 с.
4. **Вейль А.** Основы теории чисел. -М.: Едиториал УРСС, 2005.

Шемелин Владимир Константинович – канд. техн. наук, профессор кафедры МГТУ «Станкин».
Тел: (916)-259-01-24. E-mail: v.shem@yandex.ru
Коткин Григорий Григорьевич – канд. физ.-мат. наук МГТУ «Станкин».
E-mail: kotkin.grisha@yandex.ru
Фомин Евгений Игоревич – аспирант МГТУ «Станкин».
E-mail: fomin@heidenhain.ru

Shemelin Vladimir Konstantinovich – candidate of science in Engineering, full professor, MSTU “Stankin”.
Tel: (916)-259-01-24. E-mail: v.shem@yandex.ru
Kotkin Grigoriy Grigorievich – candidate of physical and mathematical science, MSTU “Stankin”.
E-mail: kotkin.grisha@yandex.ru
Fomin Evgeniy Igorevich – postgraduate student MSTU “Stankin”.
E-mail: fomin@heidenhain.ru